

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 23.01.2024

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

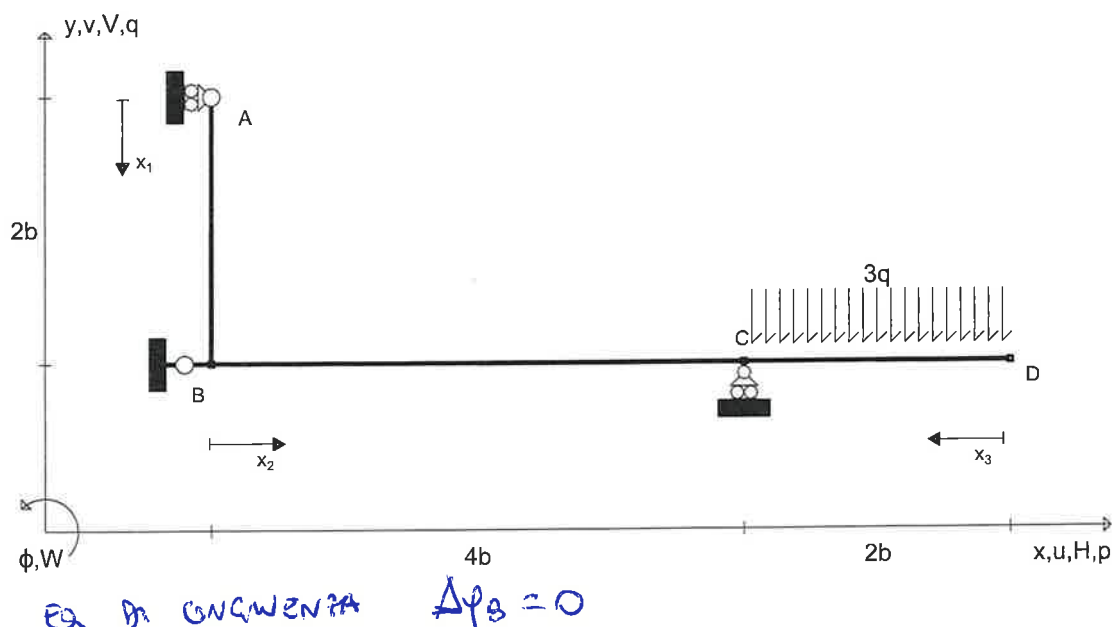
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la componente di spostamento verticale del punto D , v_D .
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.01.24*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

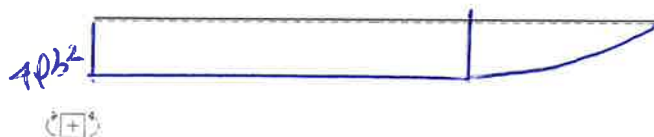
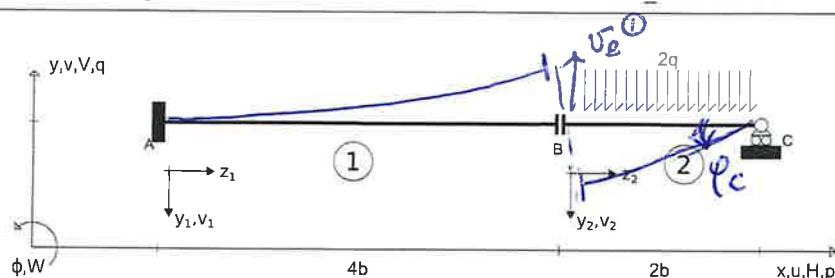
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto *C*, φ_C ;
4. Lo spostamento verticale del punto *B* relativo al tratto 1, $v_B^{(1)}$.

Università di Cagliari

SdC_SdA 23.01.24*001



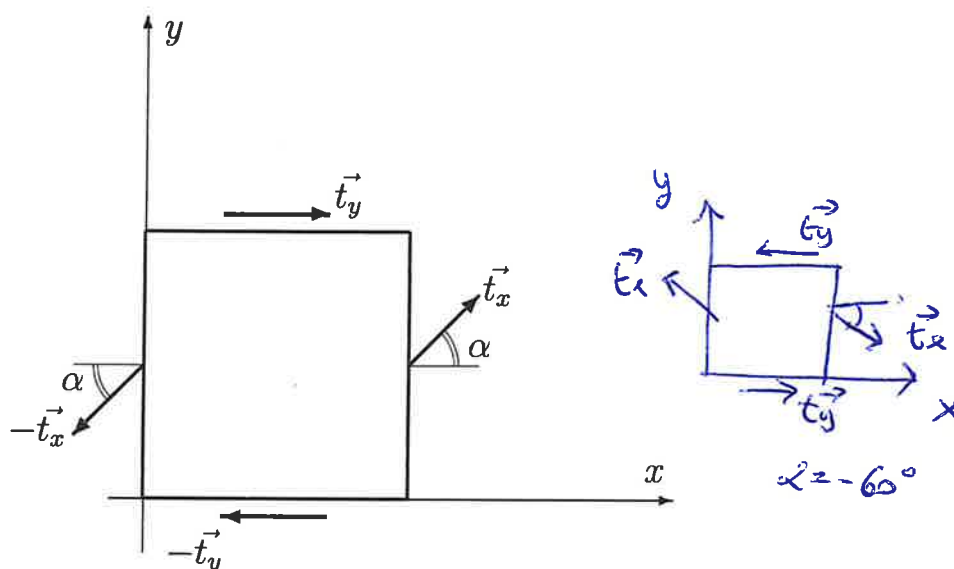
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \dots 0 \dots; & V_A (\uparrow) &= \dots 0 \dots; & M_A (\curvearrowright) &= \dots -4pb^2 \dots; & V_C (\uparrow) &= \dots 4pb \dots; \\
 N_{AB} &= \dots // \dots; & T_{AB} &= \dots // \dots; & M_{AB} &= \dots 4pb^2 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots // \dots; & T_{BC} &= \dots -2qz_2 \dots; & M_{BC} &= \dots 4pb^2 - qz_2^2 \dots; \\
 \text{c.c in A} &= \dots v_1(z_1=0)=0; \quad v_1'(z_1=0)=0 \dots; & \text{c.c in B} &= \dots v_1'(z_1=4b)=v_2'(z_2=0) \dots; \\
 & & \text{c.c in C} &= \dots v_2(z_2=2b)=0 \dots; \\
 v_1(z_1) &= \dots \frac{1}{EJ} (-2pb^2 z_1^2) \dots; & v_1'(z_1) &= \dots \frac{1}{EJ} (-4pb^2 z_1) \dots; \\
 v_2(z_2) &= \dots \frac{1}{EJ} (-2pb^2 z_2^2 + \frac{1}{12} q z_2^4 - 16pb^3 z_2 + \frac{116}{3} q b^4) \dots; & v_2'(z_2) &= \dots \frac{1}{EJ} (-4pb^2 z_2 + \frac{1}{3} q z_2^3 - 16pb^3) \dots; \\
 v_B^{(1)} &= \dots -32qb^4/EJ \dots; & \varphi_C &= \dots \frac{64qb^3}{3EJ} (G) \dots
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -60^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$; $\cos \alpha = 1/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 100$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

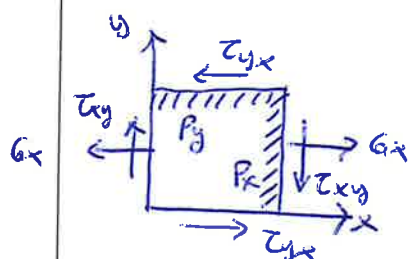
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 50,000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -86,602 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 115,138 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -65,138 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 80,138 \text{ (MPa)};$$

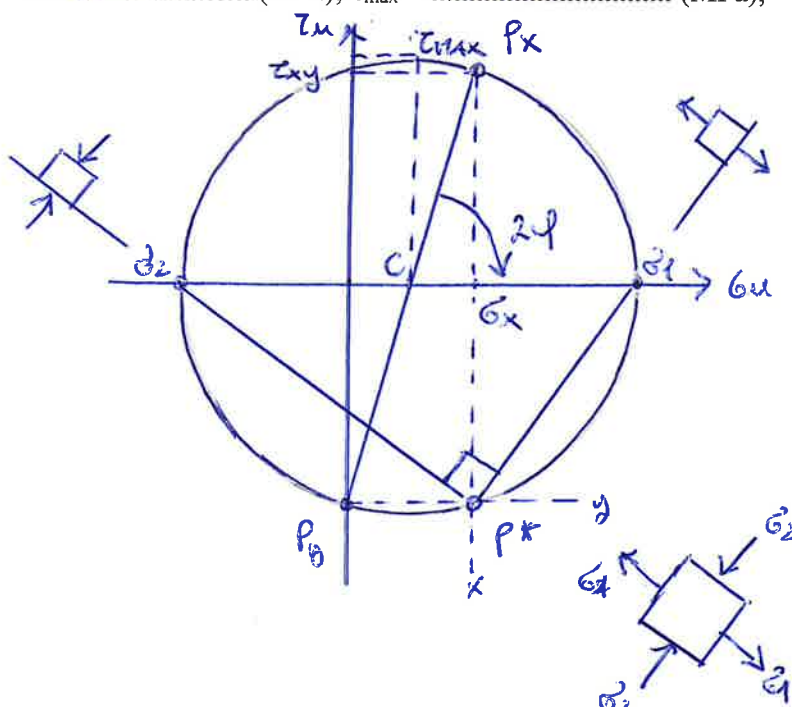
cerchio di Mohr:

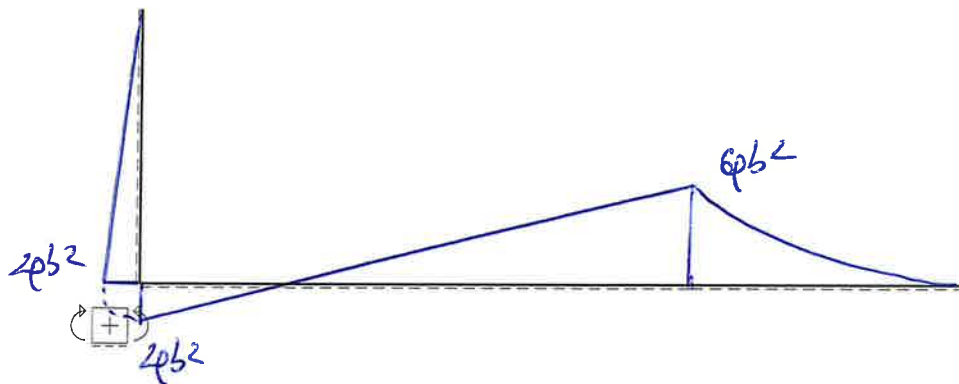
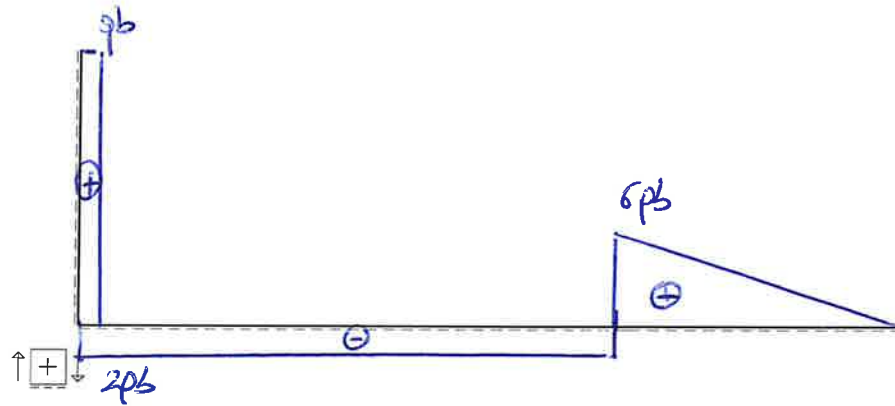
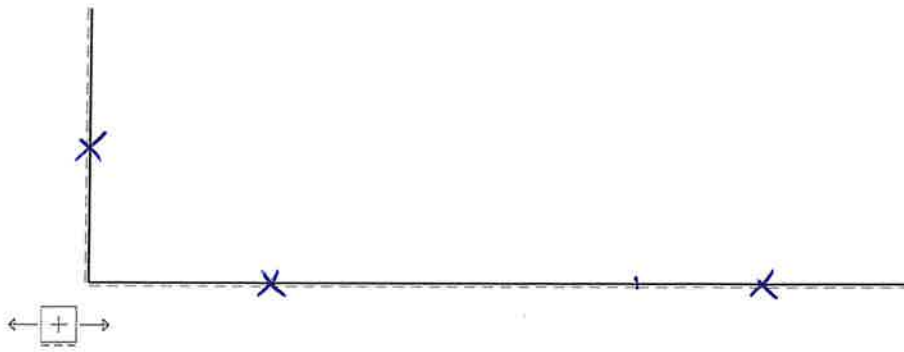


$$P_x = (50,000; +86,602)$$

$$P_y = (0,000; -86,602)$$

$$\varphi = -36,85 \text{ (}^\circ\text{)};$$





$$\begin{aligned}
 H_A(\Rightarrow) &= qb; & H_B(\Rightarrow) &= -qb; & V_B(\uparrow) &= -2qb; & V_C(\uparrow) &= qb; & M_B(\curvearrowright) &= 2qb^2; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= qb; & M_{AB} &= qb \times 1; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= -2qb; & M_{BC} &= 2qb^2 - 2qb \times 2; \\
 N_{DC} &= //; & T_{DC} &= 3q \times 3; & M_{DC} &= -\frac{3}{2} q \times 3^2; \\
 v_D &= -58pb^4/3EJ \quad (\downarrow)
 \end{aligned}$$